

Beauty of Number-Shapes and Course Creativity: Teaching Model with Core Math Thinking Infiltration

HAN Zhijiang¹; XUE Xinyuan²

¹ Independent Researcher, Luoyang, 471000, China

² Kangwon National University, Chuncheon, 24341, Republic of Korea

ABSTRACT

[Background] With the deepening reform of the new college entrance examination, it is increasingly important to explore the artistic traits of "the beauty of number-shape combination" in analytic geometry and build a math teaching model integrating artistic perception and focusing on mathematical thinking infiltration.

[Objective] To explore its construction path: to guide teachers to integrate artistic perception for students' mathematical thinking enhancement, inject artistic creativity into math classes, and offer references for "mathematical aesthetics"-related practices.

[Method] Taking high school analytic geometry as the subject, it sorts out "the beauty of number-shape combination" elements in 5-year new college entrance exam analytic geometry questions; via tests, interviews and questionnaires, it surveys Luoyang/Jiyuan (Henan) students on their perception of this beauty and analytic geometry mastery, then refines a better model with cases.

[Results] Teachers should hierarchically infiltrate mathematical thinking based on curve beauty, symmetry and other artistic traits for students of different levels; guide students from "perceiving graphic beauty" to "understanding mathematical beauty" in different stages, and master flexible application of mathematical thinking.

[Conclusion] The model (with "the beauty of number-shape combination" as artistic link and mathematical thinking as core) needs two-way empowerment: improving teachers' professional abilities and students' dual development of math literacy+artistic perception. Teachers' mathematical thinking cognition, infiltration teaching ability and artistic material integration ability are three key supports, offering a practical paradigm for teaching reconstruction.

Keywords: The Beauty of Number-Shapes; Teaching Model; Mathematical Thinking; Analytic Geometry

ORCID: 0009-0003-4597-2727

Corresponding Author: XUE Xinyuan; 202415541@kangwon.ac.kr

DOI: 10.23112/jgas25093005

Received: 15. Jul. 2025

Reviewed: 05. Aug. 2025

Accepted: 30. Sep. 2025

数形之美与课堂创意：以数学思想渗透为核心的教学模式

韩智江¹；薛馨源²

1 独立研究者，洛阳，471000，中国

2 国立江原大学，春川，24341，韩国

摘要

【背景】随着新高考的深入改革，挖掘解析几何中“数形之美”的艺术特质，构建融合艺术感知、以数学思想渗透为核心的数学教学模式日益重要。

【目的】探究以融合“数形之美”与数学思想渗透为核心的数学教学模式构建路径。指导教师融合艺术感知培养学生加强数学思想；为数学课堂注入艺术创意，并为“数学美学”相关的教学实践提供参考。

【方法】以高中解析几何作为研究对象，一方面梳理近5年的新高考数学中解析几何试题中“数形之美”的元素；另一方面通过现场测试、访谈以及问卷调查的形式对河南洛阳、济源高中生对“数形之美”的感知程度及解析几何掌握情况，结合教学案例提炼出更加完善的教学模式。

【结果】教师应针对不同程度的学生对结合曲线美、对称美等艺术特质分层渗透数学思想；在不同学习阶段，引导学生从“感知图形美”到“理解数学美”，同步掌握数学思想的灵活应用。

【结论】以“数形之美”为艺术纽带、数学思想为核心的高中数学教学模式，需实现“教师专业能力提升”与“学生数学素养+艺术感知双发展”的双向赋能；且教师的“数学思想认知水平”、“渗透教学能力”及“艺术素材整合能力”是模式有效运转的三大关键支撑，为重塑教学构建提供实践范式。

关键词：数形之美；教学模式；数学思想；解析几何

ORCID: 0009-0003-4597-2727

通讯作者：薛馨源；202415541@kangwon.ac.kr

DOI: 10.23112/jgas25093005

Received: 15. Jul. 2025

Reviewed: 05. Aug. 2025

Accepted: 30. Sep. 2025

1 引言

数学思想作为数学内容的精髓，是连接知识与能力的关键桥梁。解析几何作为用代数方法解决几何问题的学科，其学习难度与考查深度恰好契合高中数学“知识骤增、思想深化”的阶段性特征，可从三方面深入理解：在核心本质上，解析几何的创立（归功于费马与笛卡尔），本质是通过“坐标系”这一桥梁，实现几何图形的“位置、形状、关系”与代数中的“方程、函数、运算”的双向转化，达成“以数解形、以形助数”的深度融合；在内容特征上，它是高中数学知识“深度、广度、独立性”的典型载体——深度上，从初中平面直角坐标系的基础应用升级至圆锥曲线（椭圆、双曲线、抛物线）的定义推导、标准方程推导及几何性质（离心率、渐近线、焦点弦）分析，且需结合联立方程、韦达定理、求导等代数运算解决最值、轨迹、定点定值等复杂问题；广度上，不仅涵盖纯几何与代数的结合，还常与函数、三角函数、不等式、向量等知识交叉，如用向量数量积判断直线垂直、用函数思想求圆锥曲线中的最值；独立性上，拥有专属知识体系（坐标系建立→曲线方程推导→代数运算→几何意义解读）和鲜明解题逻辑（“几何问题代数化→代数运算求解→结果几何化验证”），需单独掌握其思维范式；在思想方法上，解析几何是高中数学思想方法考查的集中领域，数学思想的应用贯穿始终。

而“数形之美”则是数学灵魂的“艺术外衣”。解析几何中，圆的对称均衡、椭圆的动态韵律、双曲线的张力延伸、抛物线的流畅弧线，不仅是数学研究的对象，更是艺术创作的核心元素。文艺复兴时期，达芬奇在《维特鲁威人》中以圆形与方形的几何对称构建人体比例的艺术和谐；现代建筑中，悉尼歌剧院的贝壳状屋顶源自双曲线的形态美学；绘画领域，蒙德里安的几何构图则通过直线与曲线的搭配，诠释“数形之美”的简洁艺术感。

正因解析几何具有重要意义，引领认识和解决问题、助力学生掌握核心素养与形成数学思想体系、为其他知识学习奠定基础，当前教学中存在的问题更显突出：部分教师仍以“解题技巧传授”为主，忽视数学思想对学生思维发展的引领作用，导致学生“会解题但不懂思想”、“能得分但素养弱”；更割裂了“数形之美”的艺术属性，学生仅机械记忆椭圆方程、双曲线性质，却无法感知曲线的艺术价值，与新课标“以核心素养为导向”的教育目标存在差距。

鉴于此，本文聚焦四个核心研究问题：（1）高中解析几何教学中，数学思想渗透在教师教学与学生学习层面存在哪些具体困境？（2）如何通过课堂教学设计、高考题利用、学情适配，实现数学思想与解析几何教学的深度融合？（3）“数形之美”的艺术感知能否成为数学思想渗透的“桥梁”，帮助学生更易理解抽象的数学逻辑？（4）数学思想的有效渗透对学生核心素养培养、教师专业发展有哪些具体教育价值？针对研究问题，本研究将通过统计近5年全国卷理数中的解析几何试题，明确其考查方式与难度分布；结合问卷调查、现场测试及学生访谈获取实证结果，最终构建相应教学模式。研究旨在为提升学生核心素养提供指导，为解析几何教学质量提升提供模式参考，为高中数学教师优化教学策略、提升思想教学能力提供实践范式，同时呼应新课标学科育人要求，助力核心素养落地。

2 解析几何的学科本质与数学思想的核心价值

高中平面解析几何以圆锥曲线为核心内容，其几何本质具有鲜明直观性：圆、椭圆、抛物线、双曲线这四类二次曲线，均可通过平面截取正圆锥面得到——平面与圆锥底面平行截得圆，与母线相交截得椭圆，与母线平行截得抛物线，与高线平行则截得双曲线。这一古老几何发现曾因缺乏现实应用长期被冷落，直到17世纪，军事瞄准、航海定位等领域的迫切需求推动数学工具革新，最终促成了解析几何这一学科的诞生，使其从理论沉睡走向实践应用。

选择解析几何作为研究对象，核心源于其三重关键价值。其一为学科桥梁价值，它是连接代数与几何的核心纽带，能够实现“几何问题代数化”与“代数结果几何化”的双向转化，有效解决单一代数抽象性或几何直观性难以突破的复杂问题，例如通过方程推导曲线轨迹、借助图形直观理解代数参数的几何意义；其二为知识整合价值，在高中数学体系中，解析几何可串联函数、方程、不等式、三角形等分散

知识板块，构建以“坐标法”为核心的独立知识体系，是实现高中数学知识系统化的重要载体；其三为应用与思维价值，它不仅是数学内部（如微积分）学习的基础，更广泛应用于物理、工程、计算机图形学等跨学科领域，且其研究过程能同步锻炼学生的代数运算能力与几何直观思维，是培养综合数学素养的关键抓手。

解析几何的研究范畴与方法完全隶属于数学学科。从研究对象看，其聚焦点是点、线、面、曲线、曲面的位置关系与数量规律，精准契合数学“空间形式与数量关系”的核心研究领域，而非物理、工程等应用学科的“问题驱动型”研究；从研究方法看，解析几何以“坐标法”为核心，通过定义、公理、定理的严谨推导构建理论体系（如圆锥曲线标准方程的推导、几何性质的证明），完全符合数学学科“逻辑严密性”的本质特征；从学科定位看，解析几何是17世纪数学领域的重要分支突破，其理论体系是数学学科整体框架的有机组成部分，并非其他学科的附属工具。

解析几何的核心思想是“数形结合思想”，且该思想本质上属于典型的数学思想。一方面，它源于数学学科的本质需求——为解决数学内部“代数抽象性”与“几何直观性”的固有矛盾而产生，是数学学科自身发展的产物，而非从其他学科思想延伸而来；另一方面，它具备数学思想的普适性——不仅是解析几何的灵魂，更贯穿于函数、不等式、微积分等多个数学分支，是解决跨领域数学问题的通用思维方法，能统领零散知识点与具体解题方法，完全符合数学思想“本质性、统领性、普适性”的核心特征。

数学思想作为数学的“灵魂”与“根本”，不仅是对数学本质的深度认知，更像“指挥棒”引领着知识点的理解与方法的运用。即便学生走出校门后淡忘具体的公式、定理，数学思想仍会转化为其认识世界、解决问题的底层思维方式，潜移默化地影响日常决策与认知逻辑——这种“授人以渔”的长期价值，正是数学教育的核心目标。

在解析几何教学中突出数学思想（尤其是数形结合思想），具有三重关键实践价值。一是提升解题能力，引导学生运用“以数解形”（如通过方程判断曲线位置关系）、“以形助数”（如通过图形简化复杂代数运算）的思维解题，帮助学生跳出机械刷题的误区，找到更高效的解题路径；二是激发探索创新，以数学思想为引领，能启发学生主动探索圆锥曲线的内在规律（如离心率对曲线形状的影响、焦点弦的共性特征），催生个性化的解题思路与探索视角，培养创新思维；三是领悟数学之美，在“数与形”的双向转化中，学生能直观感受曲线的对称美、方程的简洁美、逻辑推导的严谨美，真正理解数学的内在魅力，实现从“被动学会知识”到“主动热爱数学”的深度转变。

3 中国高考导向下解析几何试题中数学思想的考查分析及教学启示

经过对近5年新高考真题中平面解析几何的深入整理和分析，将试卷涉及到的解析几何分成五部分：试卷题号、所考曲线类型、经典题型、涉及知识点以及重要数学思想，详见表1和图1。

表1 2021-2025年全国卷理科高考题中解析几何总结

年份	卷别	题号	曲线	经典题型	涉及知识点	重要数学思想
2021	I	11	圆	直线和圆	最值，勾股定理	方程思想、数形结合思想
		14	抛物线	垂直关系	向量	转化思想
	21	双曲线	定值的运用	弦长公式	转化思想、方程思想、函数思想	
	3	抛物线	直线和抛物线	点到直线距离	转化思想	
2022	II	11	圆	直线和圆	点与圆，直线与圆	转化思想
		20	椭圆	弦长，三点共线	充分必要条件	方程思想、转化思想
	I	5	双曲线	方程和几何性质	方程和焦距	减方程思想、转化思想
		10	抛物线和圆	曲线方程	点在曲线上	方程思想

	20	圆和椭圆	轨迹和面积的范围	椭圆的定义、弦长以及圆弦长	整体和分类讨论思想
	10	抛物线	定义、几何性质	向量	转化思想
II	15	椭圆	点差法	定义、直角三角形	转化思想
	21	双曲线	开放型	直线与双曲线	转化思想, 方程思想
	5	椭圆	离心率	无	方程思想
I	16	双曲线	离心率	向量	方程思想
	22	抛物线	面积	导数, 构造函数	整体思想, 分类讨论, 对称性, 转化思想
2023	5	椭圆	几何性质	面积	转化思想
II	15	圆	几何性质	面积	转化思想
	21	双曲线	极点极线	直线横截式	方程思想、转化化归思想
	11	其它曲线	几何性质	函数最值	函数思想
I	12	双曲线	几何性质	勾股定理	双曲线的对称性, 构造直角三角形
2024	16	椭圆	面积	向量线性运算	转化思想
	5	椭圆	定义	轨迹方程	转化与化归
II	10	抛物线	几何性质	直线与圆位置关系	方程思想、转化思想
	19	双曲线	新定义	等比数列、向量	方程思想、转化思想
	5	双曲线	方程和几何性质	双曲线 a 、 b 、 c 三个量关系	方程思想
I	7	直线和圆	两者位置关系	参数范围	分类讨论、方程思想
2025	18	椭圆	定值的运用	线段之积转化, 数量积	转化思想、方程思想、函数思想
	6	抛物线	直线和抛物线	抛物线定义	转化思想
II	11	双曲线	几何性质	圆的方程以及四边形面积	方程思想
	16	椭圆	面积和弦长	联立方程组	方程思想、转化思想

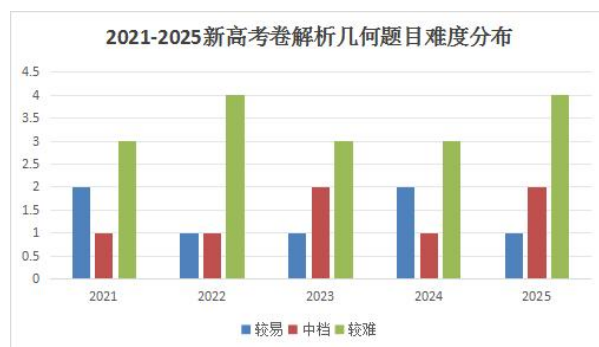


图 1：2021-2025 新高考卷解析几何题目难度分布

图片来源：作者自制

统计显示高考中解析几何题目为 3 道，分值在 22 分-27 分之间，2 道小题加一个解答题的模式。考查重点有坐标法、消元及韦达定理的整体代入，难点是用数学思想求最值、弦长、参数范围等。同一套试题中四种曲线都有涉及，双曲线一般在小题中，圆多与其它曲线放在一起综合考查，单独考查圆的较少。而综合学生的答题情况来看，解答题大多是只写第一问（4 分左右），有的直接跳过，空白的情况不在少数；小题的得分情况也不尽如人意，大多是对一道，也有出现小题直接零分，解答题空白的情况。在难度分布上，可以看出在 30 道题目中简单题占了 6 道，占比 20%；中档题 6 道，占比 20%以上；难题 18 道，占比将近 60%。

从解析几何的考查数据可明确：中档及以上题目占比约 80%，且呈逐步增加趋势。这一趋势释放出积极信号，为高中解析几何学习提供了清晰方向：破除畏难情绪，树立学习信心；考查重点集中于中档题，说明解析几何并非“难题专属领域”，多数题目聚焦基础逻辑与核心方法（如坐标法、方程联立）。只要掌握基础知识点与常规解题思路，即可应对大部分考题，无需过度恐惧；锚定考查重点，把控学习节奏：需优先掌握中档题覆盖的核心内容（如圆锥曲线的标准方程、几何性质、直线与曲线的位置关系），在学习中注重“过程体验”，不仅要会解题，更要理解“如何建立坐标系”、“为何联立方程”、“怎样从代数结果还原几何意义”，通过规律总结把控学习节奏，避免盲目刷题；依托数学思想，提升解题能力：以“数形结合”思想为引领，在中档题练习中主动运用“以数解形”（如用方程判断直线与椭圆的交点个数）、“以形助数”（如用图形直观分析参数范围）的思维，将数学思想转化为解题工具，逐步提升解决复杂问题的综合能力。

4 教学中数学思想与艺术感知应用的现状

本研究采用了调查问卷和个别访谈的研究方法。调查主要在河南洛阳和济源高中生中展开，对其中具有代表性的省级师范性高中、市级师范性高中、普通高中和济源省级示范性高中的高二、高三学生进行线上问卷调查，实际测试，个别访谈等方式。共收集问卷 68 份，其中有效问卷 50 份。旨在调查研究对象对数学思想的了解程度、在何种题型中使用数学思想、常用的数学思想以及对“数形之美”的感知程度。

4.1 学生使用数学思想现状

调查数据可得（详见图 2），学生解题过程中几乎不用数学思想的占 20%，偶尔使用的占 64%，经常使用的占 12%，熟练应用的只有 4%。对洛阳市第八高级中学一名学生的访谈，暴露了当前高中解析几何学习中存在的典型问题，也凸显了加强数学思想应用的迫切性：该学生对解析几何的学习呈现明显困境：其一，对数学思想认知空白，仅在解题时偶尔被动用到，却不知其概念与价值，导致解题缺乏思想引领，

常陷入“有思路却无法推进、无思路则直接放弃”的僵局；其二，学习畏难情绪严重，因频繁受阻，对解析几何题目“一拖再拖”，大量练习未完成，甚至不愿主动提及该板块，形成“不会做→不愿做→更不会”的恶性循环。

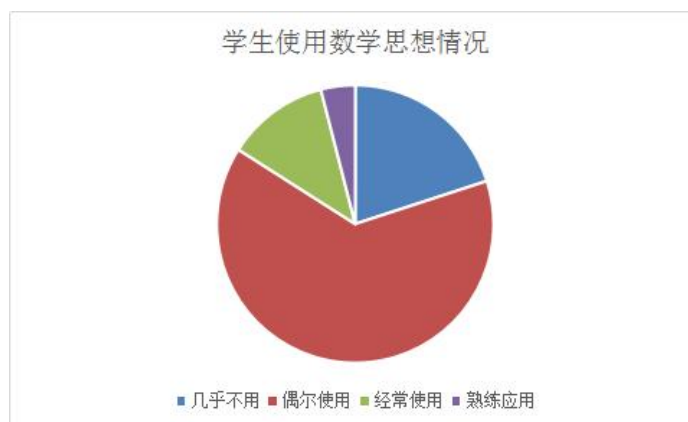


图2：学生解题过程中使用数学思想的频率分布

图片来源：作者自制

使用数学思想最多的题型方面，调查数据可得（详见图3），选择题占50%，填空题4%，解答题46%。一般试卷选择题题量最多，包含3-5个知识点，运用数学思想比较容易；填空题数目最少，学生本来做的就少；而一般这部分填空题会放在15-16题的位置上，难度较大，因此运用的情况极少；解答题重点运用在第一问，在对洛阳四高一名学生的访谈中，了解到平时解答题第二问最多就写常规思路，规范写出来太浪费时间；一方面眼高手低不深入思考，另一方面认为自己练了考试也不一定做出来。从统计来看，数学思想在解析几何等内容的解答题第二问中应用关键。解题时，可先依据根与系数关系等列出相关式子，按步骤、有节奏推进；同时要着力提高代数式运算、解高次方程等运算能力；解决问题需有坚持到底的精神，不达目的不放弃。

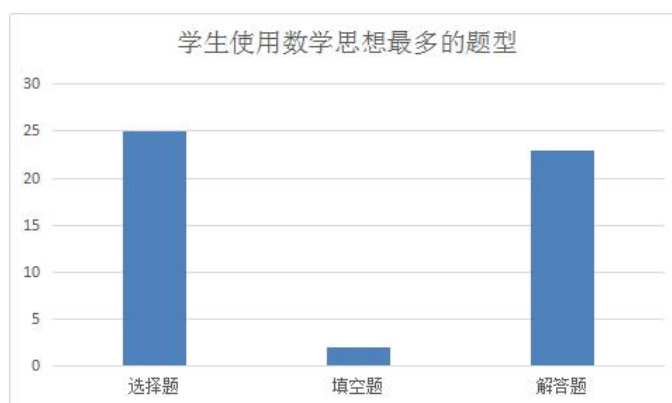


图3：学生解题过程中使用数学思想的题型

图片来源：作者自制

学生所接触的数学思想方面，调查数据可得（详见图4），接触最多的数学思想中数形结合占48%，函数与方程24%，分类讨论16%，转化化归4%，整体思想8%。实际上这五种数学思想都是常见的，对于

前两种了解的还是可以的，而对于分类讨论的理解不到位，不能正确运用；对于转化化归不知道向那个方向转化，加上其它版块的知识不熟练；对于整体思想实际中经常用到，需要对它加深理解，熟练运用。在对河南科技大学附中中学的一名师生的访谈中，了解到对这些思想，只是了解一些，有时候用了并不知道它是那个数学思想；在运用时，容易失误比如分类讨论出现遗漏，转化时有点思路不敢也不想继续往下写或者时间限制导致卷面空白；函数思想主要对于常见函数性质理解、掌握不够。因此需要深入了解常见的数学思想，加深理解；在运用时从分类讨论、数形结合入手，循序渐进，步步深入；对于转化与化归和函数与方程，需要对于其它版块的知识熟练掌握的基础上，步步推进运用。

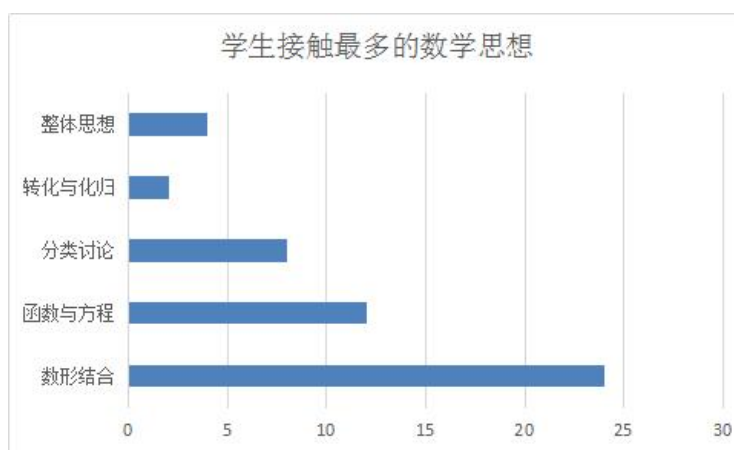


图4：学生解题过程中使用数学思想的题型

图片来源：作者自制

4.2 学生对“数形之美”艺术感知的现状

曲线美学感知程度方面，学生对解析几何图形的认知仍停留在“解题工具”层面，未形成美学感知。问卷数据显示，仅8%的学生表示“能主动感知曲线的艺术美（如对称、流畅）”，62%的学生“仅知道曲线形态，未联想到艺术价值”，另有30%的学生“完全没注意到曲线的美”。访谈中，洛阳市第八高级中学一名高二学生的表述具有代表性：“每次做解析几何题，眼里只有‘椭圆的a、b值’‘抛物线的焦点坐标’，老师在黑板上画椭圆时，我只会盯着坐标轴上的顶点、焦点位置，根本没注意到椭圆左右、上下都是对称的，更没觉得这种对称有什么‘美’的地方——对我来说，它就是一个需要代入公式计算的图形，不是什么有美感的东西。”进一步追问“是否关注过双曲线的渐近线带来的‘延伸感’、圆的‘圆满和谐感’”时，该学生表示“从来没想过这些，做题时只要算对渐近线方程、圆的半径就行，图形的样子不重要”。这种认知偏差的本质，是学生将“曲线”与“解题步骤”深度绑定，忽略了解析几何图形本身的美学属性，导致数学学习失去了人文温度。

艺术关联认知方面，学生普遍割裂了数学曲线与艺术、生活的联系，对“数形之美”的应用场景一无所知。数据显示，仅5%的学生“能举例说明解析几何曲线在艺术/设计中的应用”（如桥梁、绘画），其余95%的学生“不知道数学曲线与艺术的关系”。河南科技大学附中一名高三学生在访谈中提到：“我之前去美术馆看画展，看到一幅画里有很多椭圆和抛物线的线条，但当时只觉得‘线条很规整’，完全没联想到这和我们学的解析几何有关系。直到后来老师在课上放了一张悉尼歌剧院的照片，说它的屋顶轮廓是抛物线，我才突然反应过来——原来生活里的建筑、艺术作品，居然用到了我们学的数学曲线，但之前根本没人告诉过我这些。”另有学生表示，虽然每天路过城市里的抛物线形彩虹桥、圆形体育馆，但从未将这些建筑结构与解析几何中的“抛物线”“圆”联系起来，更不知道“曲线的稳定性”“对称性”是艺术设计与工程建设的重要参考依据。这种认知空白，使得学生无法体会数学的实用价值与人文价值，进一步固化了“数学是枯燥公式”的刻板印象。

跨学科学习意愿方面,学生对“数形之美”融入课堂的需求强烈,且普遍认为艺术元素能提升学习兴趣。问卷结果显示,78%的学生表示“若课堂加入艺术赏析,会更愿意学习解析几何”。济源某省级示范性高中一名学生在访谈中直言:“现在上解析几何课,全是推导公式、计算代数式,比如求椭圆的标准方程、算直线与抛物线的交点,一节课下来又累又枯燥,很容易走神。如果老师能放一些用数学曲线做的艺术作品,比如毕加索画里的几何线条、工业设计里的椭圆轮廓,或者讲一讲桥梁设计师怎么用抛物线设计桥拱,我肯定会更认真听,也能记得更牢——毕竟看着具体的例子学,比死记硬背公式有意思多了。”另有学生提到,希望课堂上能有“数形结合”的美学实践,比如自己画椭圆、抛物线后,尝试用这些曲线设计简单的图案,“这样不仅能熟悉曲线的性质,还能感受到它的美,学习动力会更足”。

4.3 现状总结与反思

上述数据进一步印证当前教学的不足,不仅数学思想渗透不到位,更割裂了“数形之美”的艺术属性。多数学生尚未将数学思想转化为主动解题的工具,仍停留在“机械模仿”或“被动套用”的层面。这一现状表明,在解析几何教学中,强化数学思想的渗透与应用已刻不容缓:唯有让学生理解运用“数形结合”等核心数学思想,才能打破解题困境、缓解畏难情绪,真正实现从“会做题”到“会用思想解题”的转变,推动解析几何学习效率的本质提升。同时,学生将解析几何视为“枯燥的公式与运算”,却无法感知其背后的艺术价值,既影响数学学习积极性,也错失了跨学科艺术素养的培养机会。这一现状表明,通过“数形之美”搭建数学与艺术的桥梁,让解析几何课堂兼具“逻辑深度”与“艺术温度”具有必要性。

5 艺术感知与数学思想渗透的教学实践案例分析

5.1 核心数学思想概述

数形结合思想就是在解决问题时画出对应的几何图形,利用几何性质揭示各个量之间的关系,反过来数量关系决定几何的性质,把代数的精确表示和几何的直观性结合的数学思想。抽象思维、形象思维交汇,形成合力。实际上 $\sqrt{2}$ 的发现是应用了数形结合的数学思想,由此引发了一场关于数学思想的大革命,由此可以看出数形结合思想应用非常普遍,具有强大的生命力。在解析几何部分,应用数形结合重点是画出图形,理清几何图形之间的关系,结合代数式、方程、函数等,综合运用几何、代数两个方面解决问题。需要强调的是,画出的图形不能太随意,通过关键点或者特殊数,明确图形之间的相对位置关系;另外求出的结果必须排除几何图形的限制情况。

分类讨论思想是指在解决数学问题时,不得不考虑两种或两种以上的情况然后逐一解决问题的思维。实际上,分类讨论是把一个问题分成多个小问题,由复杂到简单。比如常见的对直线斜率的讨论,对参数的讨论等。应用重点是明确讨论依据:第一,由相关定义分类;第二,由公式条件分类;第三,由实际意义分类,然后逐类讨论,归纳总结。

函数与方程思想是构造方程、函数处理变量间关系,解决复杂问题的思想。函数思想是根据数学问题的特征,建立对应的函数模型来探究问题。它是把问题转化为方程、方程组来解决。解析几何中求曲线方程时,需要构造三个方程组成的方程组;在求取值范围或最值时,通过减少变量,建立函数关系,通过函数求值域的方法得到结论。

转化与化归思想是在探究数学问题时把比较棘手的问题转化为已有的形式,然后“瓮中捉鳖”甚至打出“歼灭战”,从而高效解题的思想。转化思想把问题变为另一种形式,而利于解决问题。化归思想就是让数学问题回归到已知的、熟悉的轨道上来,使问题简单化。应用重点是把解析几何问题转化三角问题、向量问题、函数问题等,从而有效解决问题。

整体思想是把某些量看成一整体,找出它们之间的关系,有目的、有意识地处理问题的思想。在解析几何中经常出现“设而不求”,用韦达定理来表示弦长、面积、向量数量积等,对问题进行整体分析处

理。这样可以使减少运算量，降低失误率。

在实际应用中，多种数学思想需要综合应用，核心是以“数形结合”定直观方向，以“转化化归”破思维卡点，以“函数与方程、整体思想”落严谨计算，逐步形成“直观→转化→运算→验证”的解题逻辑，有效应对解析几何的复杂问题，体现新课标中对核心素养的重点考查。

5.2 教学案例分析

解析几何题目以中等以上难度为主，解答题的难度是比较大的，下面我们就以 2 个实例和 20 位学生的实际测试结果来说明数学思想的具体运用。

5.2.1 案例一

例 1. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > c)$ 过点 $M(2, 1)$ ，且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 设 $A(0, 1)$ 直线 l 与椭圆 C 交于 P, Q 两点，且 $|AP| = |AQ|$ ，当 $\triangle OPQ$ (O 为坐标原点) 的面积 S 最大时，求直线 l 的方程。

从 10 位学生的实测来看，整体难度系数 0.42；抽取 2 份答题卡来探究应用的具体细节：

实测一：

$$(1) \begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1, \\ e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 解得 } a = 2\sqrt{2}, b = \sqrt{2} \\ a^2 + b^2 = c^2, \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases}$$

实测二：

$$(1) \begin{aligned} &\text{将点 } M(2, 1) \text{ 代入 } C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 中得: } \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \text{ ①,} \\ &\because e = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore e^2 = \frac{c^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4} \therefore \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{4} \text{ ②,} \end{aligned}$$

$$\text{联立①②解得 } a^2 = 8, b^2 = 2$$

综上，椭圆 C 的方程为： $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$

$$(2) \text{ 设 } PQ \text{ 为 } y = kx + b \begin{cases} y = kx + b \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \text{ 得: } (1+4k^2)x^2 + 8kbx + 4b^2 - 8 = 0$$

$$\text{设 } P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2) \therefore x_1 + x_2 = -\frac{8kb}{1+4k^2}, x_1x_2 = \frac{4b^2 - 8}{1+4k^2}$$

$$\therefore A(0, -1) \therefore |AP| = \sqrt{x_1^2 + (y_1 + 1)^2}, |AQ| = \sqrt{x_2^2 + (y_2 + 1)^2}$$

$$\therefore \sqrt{x_1^2 + (y_1 + 1)^2} = \sqrt{x_2^2 + (y_2 + 1)^2},$$

$$\text{整理得: } x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + 2(y_1 - y_2) = 0$$

解析: (2)由已知得 l 的斜率 k 存在. ①当 $k=0$ 时易得 $y=\pm 1$. ②当 $k \neq 0$ 时, 直线 l 的方程为

$$y = kx + m, P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2),$$

$$\text{所以 } \begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \text{ 得 } (1+4k^2)x^2 + 8kmx + 4(m^2 - 2) = 0.$$

$$\text{由 } \Delta = (8km)^2 - 4(1+4k^2) \cdot 4(m^2 - 2) > 0 \text{ 即 } \Delta = 8k^2 - m^2 + 2 > 0 \text{ (I)}$$

$$\text{则 } x_1 + x_2 = -\frac{8km}{1+4k^2}, x_1x_2 = \frac{4(m^2 - 2)}{1+4k^2};$$

$$PQ \text{ 的中点为 } \left(-\frac{4km}{1+4k^2}, \frac{m}{1+4k^2}\right).$$

$$\therefore |AP| = |AQ|, \therefore \frac{\frac{m}{1+4k^2} + 1}{-\frac{4km}{1+4k^2} - 0} = -\frac{1}{k}, \text{ 所以 } 1+4k^2 = 3m, \text{ 代入(I)得 } 0 < m < 6.$$

$$\text{因为 } O \text{ 到直线 } l \text{ 的距离 } d = \frac{|m|}{\sqrt{k^2 + 1}}, |PQ| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| = \frac{4\sqrt{1+k^2} \sqrt{8k^2 + 2 - m^2}}{1+4k^2},$$

$$\text{故 } S = \frac{1}{2} |PQ| \cdot d = \frac{1}{2} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}} \cdot \frac{4\sqrt{1+k^2} \sqrt{8k^2 + 2 - m^2}}{1+4k^2}. \text{ 即 } S = \frac{2}{3} \sqrt{6m - m^2} = \frac{2}{3} \sqrt{-(m-3)^2 + 9},$$

当 $m=3$ 时, S 取最大值, 因此直线 l 为 $y = \pm\sqrt{2}x + 3$.

综上所述, 直线 l 的方程是 $y = \pm 1$ 或 $y = \pm\sqrt{2}x + 3$.

实测一是济源高级中学的一名高二学生(程度较好)的答题卡, 在第一问中运用方程思想根据题中两个条件和椭圆中“ a, b, c ”之间的关系列方程组, 求出“ a, b, c ”。第二问, 思考半个小时, 没有结

果。实测二是洛阳理工附中一名高三学生（程度较好）的答题卡，第一问写得非常规范，第二问知道用方程思想将直线和椭圆方程联立，但是直线设法有问题，使用了第一问出现的“b”；用整体思想求“ x_1+x_2, x_1x_2 ”的值，来表示线段 AP 和 AQ。试图找到由“ $|AP|=|AQ|$ ”得出参数“k, m”的结论，最后不了了之。比高二学生进了一步，第二问可以得到一些结论。

实际上第二问首先要用分类讨论将直线 PQ 分为斜率不存在和斜率存在两种情况，显然斜率不存在不符合题意，而在第二种情况中由于涉及两直线垂直，所以要考虑 $k=0$ 以及 $k \neq 0$ 的情况。当 $k \neq 0$ 时，对于 $|AP|=|AQ|$ 要运用数形结合的思想，由等腰三角形“三线合一”，得过 A 点和线段 PQ 中点的直线和直线 PQ 垂直，由此得到两个参数的关系式。然后用点到直线的距离 d 以及弦长 PQ 表示 $\triangle OPQ$ 的面积，利用转化的思想把 k 用 m 表示，减少变量；用化归的思想把面积代数式化成复合函数，利用其单调性求 $\triangle OPQ$ 面积最大值，此时得到 m 值，直线 PQ 求出。因此一道解析几何解答题往往是综合运用几种数学思想，每一步都十分关键。分类讨论要完整，理清讨论原因；找出几何图形背后的代数关系；用函数求出范围。一道题用几种数学思想，同时有些思想经常出现。所以对于这三种，需要反复揣摩、理解以及灵活运用。

上述实例重点是分类讨论和方程函数思想的应用，也包括数形结合。虽然每道解答题会涉及三种以上的核心数学思想，但是学习运用它们需要先抓住重点，抓关键；其它的补充完整。反过来核心数学思想会经常出现，如例 2 中应用转化思想产生出新的解法。

5.2.2 案例二

例 2. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与抛物线 $C_2: y^2 = 4x$ 有共同的焦点 F，抛物线的准线与椭圆的一个交点到椭圆中心的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

一个交点到椭圆中心的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(1) 求椭圆 C_1 的标准方程；

(2) 若经过焦点 F 的直线 l 与椭圆 C_1 相交于 A, B 两点，与抛物线 C_2 相交于 C, D 两点，椭圆的另一个焦点为 F_2 ，记 $\triangle F_2AB$ 和 $\triangle F_2CD$ 的面积分别为 S_1, S_2 ，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的取值范围。

通过对 10 位学生的实际测试，发现难度系数维持在 0.34 左右，从中抽取两位学生的答题卡来探讨相关思想的应用。

实测一：

$$y^2 = 4x, \text{焦点} \left(\frac{p}{2}, 0 \right), (1, 0)$$

$$(1) \quad C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{焦点} (1, 0)$$

$$\therefore F (1, 0) \therefore c = 1$$

$$\text{抛物线准线 } x = -\frac{p}{2} = -1$$

椭圆中 $c^2 = a^2 - b^2 = 1$ 抛物线的准线 $x = -1$ 与 C_1 的交点

$$\text{为 } (-1, \frac{b^2}{a}) \therefore \sqrt{(-1)^2 + (\frac{b^2}{a})^2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ 解得 } b^2 = 1, a^2 = 2$$

$$\therefore \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$$

(2) 过焦点 (1,0) 的直线 l 为 $y - 0 = k(x - 1)$ 与椭圆 C_1 交于 A, B 两点

设 A、B 两点坐标 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

$$\begin{cases} y = kx - k & \frac{x^2}{2} + (kx - k)^2 = 1 \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 & (2k^2 + 1)x^2 - 4k^2x + 2k^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4k^2}{2k^2 + 1}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2k^2 - 2}{2k^2 + 1}$$

$y = kx - k$ 与抛物线 C_2 相交于 C、D 两点

设 $C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = kx - k & (kx + k^2) = 4x \\ y^2 = 4x & k^2 x^2 - 2k^2 x + k^2 - 4x = 0 \end{cases}$$

$$x_3 + x_4 = -\frac{b}{a} = \frac{2k^2 + 4}{k^2}$$

$$x_3 x_4 = \frac{c}{a} = 1$$

实测二:

(1) 同实测一;

$$\text{若直线斜率不存在, 则为 } x = 1, |AB| = \frac{2b^2}{a} = \sqrt{2}$$

(2)

$$|CD| = 4, |F_2 F| = 2 \therefore S_1 = \frac{1}{2} |AB| \times |F_2 F| = \sqrt{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times |CD| \times |F_2 F| = 4 \therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

若斜率存在设为 k , 则直线方程为 $y = k(x - 1) (k \neq 0)$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \Rightarrow (1+2k^2)x^2 - 4k^2x + 2k^2 - 2 = 0 \\ y = k(x-1) \end{cases}$$

设A(x₁, y₁), B(x₂, y₂)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{4k^2}{1+2k^2}, x_1x_2 = \frac{2k^2-2}{1+2k^2} \\ |AB| = \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2} = \frac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{1+2k^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = k(x-1) \end{cases} \Rightarrow k^2x^2 - (2k^2+4)x + k^2 = 0$$

设C(x₃, y₃) D(x₄, y₄)

$$x_3 + x_4 = \frac{2k^2+4}{k^2}, x_3x_4 = \frac{k^2}{k^2} = 1$$

$$|CD| = x_3 + x_4 + 2 = 4 + \frac{4}{k^2}, \text{设} F_2 \text{到直线} l \text{的距离为} d$$

$$S_1 = \frac{1}{2}|AB|d, S_2 = \frac{1}{2}|CD|d$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{\frac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{1+2k^2}}{4 + \frac{4}{k^2}} = \frac{\sqrt{2}k^2}{4k^2+2} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{8k^2+4}$$

$$\because k^2 > 0 \therefore 8k^2 + 4 > 4 \therefore 0 < \frac{\sqrt{2}}{8k^2+4} < \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$0 < \frac{S_1}{S_2} < \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ 综上, } \frac{S_1}{S_2} \text{ 的取值范围是 } (0, \frac{\sqrt{2}}{4}]$$

解析:

方法一: 同实测二;

方法二: 设直线 l 的方程为 x = my + 1

$$\begin{cases} \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \\ x = my + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{消去} x \text{得} (m^2+2)y^2 + 2my - 1 = 0$$

设A(x₁, y₁), B(x₂, y₂) 则

$$y_1 + y_2 = -\frac{2m}{m^2 + 2}, y_1 y_2 = -\frac{1}{m^2 + 2}$$

$$\text{所以 } S_1 + S_{\Delta AF_2 F} + S_{\Delta BFF_2} = \frac{1}{2} |F_2 F| (|y_1| + |y_2|) =$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = \frac{\sqrt{8m^2 + 8}}{m^2 + 2}$$

$$\begin{cases} y^2 = 4x & \text{联立得 } y^2 - 4my - 4 = 0, \text{ 设 } C(x_3, y_3), D(x_4, y_4) \\ x = my + 1 & \text{则 } y_3 + y_4 = 4m, y_3 y_4 = -4 \end{cases}$$

$$\text{所以 } S_2 = S_{\Delta CF_2 F} + S_{\Delta DF_2 F} = \frac{1}{2} |FF_2| (|y_3| + |y_4|) = \frac{1}{2} \sqrt{(y_3 + y_4)^2 - 4y_3 y_4} = 4\sqrt{m^2 + 1}$$

$$\text{于是 } \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{\sqrt{8m^2 + 8}}{m^2 + 2}}{4\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2(m^2 + 2)}, m^2 + 2 \geq 2, \text{ 因此 } 2(m^2 + 2) \geq 4,$$

$$\text{所以 } 0 < \frac{S_1}{S_2} \leq \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ 即 } \frac{S_1}{S_2} \text{ 的取值范围是 } (0, \frac{\sqrt{2}}{4}]$$

实测一是洛阳市第十高级中学一名学生的答题卡，第一问运用方程思想构建二元四次方程组，求出“a, b, c”。第二问忽视直线斜率不存在的情况，本质上不会运用分类讨论思想将问题变成两个问题；根据整体思想用根与系数关系求出“ $x_1 + x_2, x_1 x_2$ ”，没有接着求|AB|、|CD|第二次设的点坐标和第一次重复，导致搁浅。

实测二是洛阳第一高级中学的一名高一学生的答题卡，第二问分类讨论用两种情况处理问题，当直线斜率存在时，用弦长公式求出线段求|AB|、|CD|然后用k的代数式表示 $\Delta F_2 AB$ 面积，用转化与化归的思想把代数式变换为符合函数，再利用函数求值域的方法求出范围。

通过对比可以看出，实测二的学生（程度好）比实测一的学生（中等）解答好很多，但是这位学生坦言，刚开始一轮复习时，这样的解答题第二问只能写一部分，通过熟练应用数学思想以及运算能力的提升才有现在的游刃有余。解析中第二种方法首先是反设直线，在直线过x轴上定点时使用；把 $\Delta F_2 FB$ 分割成两个以x轴上线段 $F_2 F$ 为底边的 $\Delta F_2 FA$ 和 $\Delta F_2 FB$ 用k表示 S_1 ，同样的方法表示 S_2 。那么这样就可以用分割的方式分别把 $\Delta F_2 AB$ 和 $\Delta F_2 CB$ 的面积转化为两个小三角形的面积；运算量减少，很重要。很多学生在没有好方法的情况下，无法继续运算，本质上是应用数学思想选取适当方法的问题。因此一般情况下，分类讨论决定框架，转化化归是主线，函数与方程思想是重难点。掌握了这一规律，有助于正确运用数学思想，选取适当的方法，有目的、有步骤、有节奏、有结果地处理问题。

6 基于数学思想渗透的教学模式构建策略

6.1 面向教师：聚焦“思想教学转化能力”提升

教师作为数学思想渗透的直接实施者，其“思想教学转化能力”是教学模式落地的核心支撑。基于学生认知规律与教学实践需求，可通过四项策略实现能力提升：

开展“思想拆解训练”。将抽象数学思想转化为可操作的教学步骤，破解思想教学“难落地”问题。例如，将“数形结合思想”拆解为“画图形→标条件→列关系→转代数”四步流程，使教师明确每一步的教学重点与操作方法，降低思想教学的抽象性。

实施“分层渗透教学”。依据课型特点适配思想教学重点，实现“循序渐进”的渗透效果。新授课侧重数形结合、方程思想等“基础思想”，帮助学生建立思想认知框架；习题课侧重分类讨论等“应用思想”，引导学生在解题中深化思想运用；复习课侧重转化化归等“综合思想”，推动学生形成思想体系。

建立“教学反思日志”。通过常态化反思优化思想教学细节。教师需记录每节课中“思想渗透的成功点与不足”，如反思“今日‘转化化归’讲解过于抽象，下次需结合实物演示（如几何模型拼接）增强直观性”，通过持续复盘逐步改进教学方法。

应用多元化教学策略，强化思想渗透的互动性与实践性。组织教师学习“解析几何曲线在艺术领域的应用案例库”（如绘画、建筑、工业设计），要求教师每节课至少融入1个艺术案例。通过创设生活化、艺术化教学情景（如以“桥梁设计中的曲线问题”引入解析几何）、组织小组合作探究（如分工推导“椭圆方程与图形的对应关系”）、结合实际问题开展教学活动，让学生在体验中理解数学思想的价值与“数形之美”的艺术融合魅力。

6.2 面向学校：搭建“思想融合教学支持体系”

学校作为教师专业发展的保障主体，需通过体系化建设为数学思想渗透提供资源与制度支持，具体可从三方面推进：

组织“专题教研活动”。聚焦“解析几何+数学思想”开展针对性教研，破解教师教学困惑。例如，定期举办“同课异构”活动：围绕“双曲线”教学主题，安排不同教师设计教学方案，重点对比“分类讨论思想”“转化思想”的渗透路径与效果，通过集体研讨提炼最优教学策略。

开发“教学资源库”。为教师提供思想教学的参考范例与素材。资源库需系统整理三类核心内容：一是“高考题→数学思想与艺术感知”的对应案例，如梳理近5年高考解析几何题中“数形结合思想”的考查形式与解题思路；按曲线类型分类（圆、椭圆、双曲线、抛物线），收录古今中外艺术作品、设计案例（含图片、视频、设计理念），标注案例中曲线的数学属性（如方程、几何性质）。二是“数学思想教学优秀教案”，如记录“椭圆教学中思想渗透的课堂环节设计”，帮助教师快速获取可借鉴的教学经验。三是“学生艺术实践成果库”，收集学生在解析几何课堂中完成的艺术作品（如曲线设计图、数学艺术手抄报），标注作品对应的数学思想（如数形结合、方程思想），为教师提供“教学→实践→反馈”的完整资源链。

完善“教学评价机制”。以评价引导教师重视思想教学。将“数学思想渗透效果”纳入教师教学评价体系，具体设置两项核心指标：一是“学生对思想的理解满意度”（通过课堂提问、课后问卷调研），二是“思想相关题目的答题正确率”（如统计学生运用“转化思想”解决解析几何综合题的正确率），通过量化评价推动教师将思想教学融入日常教学。

6.3 面向课程：优化“思想与知识的融合设计”

课程作为数学思想渗透的载体，需通过结构化设计实现“知识传授”与“思想培养”的深度融合，为教学模式奠定内容基础：

在课程标准解读中明确“思想目标”，让每章节的思想渗透有章可循。针对解析几何模块，需细化各章节对应的数学思想教学目标：例如，“椭圆”章节需聚焦“数形结合思想”（建立椭圆方程与图形的对应关系）与“方程思想”（通过列方程求解椭圆参数）；“双曲线”章节需侧重“分类讨论思想”（根据双曲线焦点位置分类求解）与“转化思想”（将双曲线问题转化为椭圆或直线问题），使教师明确教学方向。

设计“跨单元思想联动任务”，强化数学思想的系统性与关联性。例如，结合“直线与圆”章节的“数形结合思想”与“椭圆”章节的“方程思想”，设计“椭圆与直线位置关系”综合教学任务：要求学生通过“画图形分析位置关系→列方程求解交点坐标→结合图形验证结果”的流程解决问题，既巩固单章节思想，又推动学生形成“多思想协同运用”的能力，避免思想教学的碎片化。

7 结论

本文通过对 50 名高中学生的调查、典型个案访谈及解析几何解题实践案例分析，围绕数学思想与艺术感知在解析几何中的应用展开研究，得出以下核心结论：第一，数学思想是解析几何学习的“核心纽带”。数形结合、函数与方程、分类讨论、转化与化归、整体思想五大数学思想中，数形结合与函数与方程是解析几何解题的基础工具，能有效实现“几何直观”与“代数运算”的双向转化；而分类讨论、转化与化归是学生的核心薄弱点，其应用不足直接导致解析几何难题（解答题第二问）空白；第二，解析几何不仅是数学知识的载体，更是“数学美”与“艺术美”融合的核心媒介。“数形之美”是数学思想渗透的“艺术桥梁”，学生通过感知曲线的对称美、韵律美，可更易理解抽象的数学思想；第三数学思想的渗透需遵循“分层递进”路径：从教学实践来看，以“数形结合、分类讨论”为起点（学生接受度较高），逐步融入“函数与方程”（依托常见函数性质），最终关联“转化与化归、整体思想”（需整合其他知识板块）的递进式教学，能有效降低学生畏难情绪，提升解析几何难题的尝试率，提升学生的核心素养，印证了“思想引领知识”的教学逻辑有效性。

本研究通过具体数据（如 50 人样本中不同思想的应用率、失误率），量化了数学思想与解析几何解题能力的关联程度，弥补了以往研究中“重定性描述、轻定量分析”的不足，为“数学思想是数学学科核心素养的核心”这一理论提供了实证支撑。基于“不同数学思想的学生接受度差异”，提出的“分层递进”渗透路径，为高中数学教学中“思想教学与知识教学融合”提供了理论框架，明确了不同阶段的教学重点，丰富了分层教学的内容维度；针对学生在分类讨论、转化与化归中的高频问题，可指导教师在教学中增加“分类标准拆解”（如含参数直线与椭圆位置关系的分类依据）、“转化方向示范”的专项训练，帮助教师精准突破教学难点；“数学+艺术”的课堂模式具有双重育人价值，既提升学生的数学素养（解题能力、思想应用），也培养其艺术感知（美学认知、跨学科创造）。不仅能降低解析几何的学习难度，更能培养学生“数形结合”的思维方式，实现从“学会知识”到“会用思想”的转变，落实数学核心素养的培养目标。

但研究尚存在如下局限性。本研究采用 50 个学生样本，主要覆盖特定学校的高中学生，样本量较小且总体范围较窄，导致研究结论的推广性受限，难以完全反映全国高中学生的整体情况；研究未深入探讨“不同教学方法（如项目式教学、情境教学）对数学思想渗透效果的影响”，也未跟踪学生长期的思想应用能力变化（如高三与高一学生的差异），研究深度有待拓展。后续研究可将样本量扩大，涵盖城市与农村、重点与普通等不同类型学校的学生，纳入初中与高中解析几何的衔接内容，分析不同学段数学思想培养的连贯性，提升结论的推广性；可结合大数据技术，收集学生长期的作业、考试数据，构建“数学思想应用能力评价模型”，为个性化教学提供数据支持；未来可进一步分析“数学美”在当代艺术流派（如极简主义、构成主义）中的体现，推动数学教育与艺术教育的深度融合，为艺术期刊提供更多“跨学科美学”的教学实践案例。

参考文献

李明慧. (2025). 以数学思维为翼，翱翔解析几何之空：高中学生解析几何学习探秘. 创新与创业教育, (3),

15-19.

URL:<https://m.book118.com/html/2025/0309/7125024010010045.shtm>

朱兴发. (2019). 浅析高中解析几何中数学思想方法的教学策略研究. 课程教育研究: 学法教法研究, (20), 1-3.

URL:<https://m.renrendoc.com/paper/171776514.html>

李庚廷. (2005). 浅谈数学思想在解析几何中的应用. 福建中学数学, (04), 24-26.

DOI:CNKI:SUN:FZSX.0.2005-04-012.

叶欣. (2018). 启迪数学思维发展核心素养——从一节高三解析几何复习课谈起. 中小学数学(高中版), (06), 45-48.

DOI:CNKI:SUN:HZXG.0.2018-06-014.

尹瑰雯. (2019). 深化改革, 素养改善——在“解析几何”教学中深化数学核心素养. 数学教学通讯, (09), 66-67.

DOI:CNKI:SUN: SXUJ.0.2019-09-028.

李彪, 王翠玲. (2017). 高阶思维引领 思想方法指导 核心素养培养——从2016年理科数学(全国II卷)解析几何试题谈起. 上海中学数学, (5), 1-2.

URL:<http://www.shssp.edu.cn/UploadFile/201705/20170527103523572.pdf>

阮李凤, 赵继源. (2019). 在高中解析几何教学中渗透数学核心素养. 试题与研究(教学论坛), (1), 1-2.

URL:<http://dianda.cqvip.com/Qikan/Article/Detail?id=00002HUK457O7JP0MHDO3JPXMFR>

卢彦竹. (2018). 基于数学核心素养对解析几何综合问题的思考. 林区教学, (1), 63-64.

URL:<http://d.wanfangdata.com.cn/thesis/D02736445>

周振文. (2020). 基于核心素养的数学课融合教学策略研究——以解析几何教学为例. 数学学习与研究, (13), 95-96.

DOI:CNKI:SUN: SXYG.0.2020-13-047.

曾霞. (2019). 剖析数学核心素养, 促进学生全面发展——谈高中解析几何教学中数学核心素养的发展. 课程教育研究, (17), 149-150.

URL:<http://d.wanfangdata.com.cn/thesis/D021207344>

马宁. (2013). 数学思想对高中解析几何学习影响的研究. 1-5. URL:<https://doi.org/10.7666/d.Y2564360>

免责声明：所有出版物中包含的声明、观点和数据仅代表个人作者和贡献者，而非 JGAS 和/或编辑。JGAS 和/或编辑对因内容中提及的任何想法、方法、说明或产品而造成的任何人身伤害或财产损失不承担任何责任。